

Problemario 1: Semana 2

Dominios de integridad

1. Demuestre que \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} son dominios de integridad.
2. Pruebe los teoremas de sustracción, del (15.15) al (15.29) del libro.
3. Pruebe que si
 - (a) 0 es una identidad izquierda de la \oplus y
 - (b) \oplus es simétrica

Entonces 0 es una identidad derecha de la suma

4. Pruebe que si
 - (a) 1 es una identidad izquierda del \otimes y
 - (b) \otimes es simétrico

Entonces 1 es una identidad derecha del \otimes

Buen Orden

1. Pruebe los teoremas del (15.40) al (15.47) del libro.

2. Pruebe las propiedades

(a) $b - c < b - d \equiv c > d.$

(b) $0 < d \wedge b \otimes d < c \otimes d.$

3. $\text{pos}.a \Rightarrow (\text{pos}.b \equiv \text{pos}.(a \otimes b))$

4. $\text{pos}.b \equiv 0 < b.$

Divisibilidad

1. Demuestre los teoremas (15.78) al (15.86) del libro.

2. Si $ac|bc$ entonces $a|b$

3. Si $a|b$ y $c|d$ entonces $ac|bd$

4. Si $n \geq 2$ y k es positivo, entonces $(n - 1)|(n^k - 1)$

5. Demuestre que 2 divide a todo producto de dos enteros consecutivos.

6. Demuestre que 3 divide a todo producto de tres enteros consecutivos.

7. Demuestre que 6 divide a $n^5 - n.$