

Práctica Semana 9

1. Modele los siguientes enunciados haciendo uso de la Lógica de Predicados. Especifique en cada caso el vocabulario a través de: dominios, constantes, símbolos relacionales y funcionales.

- Todos los que estaban en la casa la noche del miércoles son sospechosos del asesinato de Lord Voldemort. Al menos dos de los familiares de Lord Voldemort tenían un motivo para matarlo, pero exactamente dos podrían haberlo matado por dinero. Sabemos que todos los familiares de Voldemort, excepto uno, estaban en la casa la noche del miércoles. El familiar que no estaba en la casa la noche del miércoles podría haber querido matarlo por motivo de dinero. Se ha determinado que Lord Voldemort fue asesinado por motivo de dinero. En consecuencia, el familiar que quería matarlo por motivo de dinero y que estuvo en la casa la noche del miércoles es el asesino.
- Las personas que viajan en el trayecto entre la estación de los Pinos y del Zoológico y que necesitan hacer transbordo, tienen que esperar al menos dos turnos para poder tomar el tren que los conducirá a su destino, a menos que el tren que viene de la estación de occidente a las 9:00am llegue tarde a la estación central o que este tren traiga menos del cincuenta por ciento de los pasajeros. Si una persona tiene que esperar dos turnos, tardará al menos una hora en llegar a su destino, si viaja entre la estación de los Pinos y la estación del Zoológico. El tren que viene desde la estación de occidente a la estación central a las 9:00am llega tarde, siempre y cuando ocurra una baja de corriente en la estación central la noche anterior. Juan está tomando el tren en la estación de los Pinos hacia la estación del Zoológico a las 8:30am y anoche hubo apagón en la estación central. En consecuencia, Juan llegará después de las 9:00am a la estación del Zoológico.
- Siempre que llueve los lunes o los miércoles, los estudiantes que no tienen paraguas, llegan mojados a la clase de Lógica. Para que un estudiante tenga paraguas, es suficiente que lo haya comprado en la proveduría estudiantil. Para que una persona pueda comprar un paraguas en la proveduría estudiantil, es necesario que exista al menos un paraguas en existencia. Hoy es lunes y está lloviendo. Además, aunque Violeta fué a la proveduría estudiantil a comprar un paraguas, no lo pudo comprar por no haber paraguas en existencia. En consecuencia, Violeta llegará mojada a clase de Lógica.

2. Considere el siguiente vocabulario:

- Dominio: U el conjunto formado por los venezolanos y por los números naturales;
- Símbolos relacionales:
 - R_1 es la relación de aridad 1, definida como $R_1(x_1)$ es verdadero ssi " x_1 es venezolano".
 - R_2 es la relación de aridad 1, definida como $R_2(x_1)$ es verdadero ssi " x_1 es un número".
 - R_3 es la relación de aridad 2, definida como $R_3(x_1, x_2)$ es verdadero ssi " x_1 es más viejo que x_2 ".
 - R_4 es la relación de aridad 2, definida como $R_4(x_1, x_2)$ es verdadero ssi "la diferencia entre x_1 y x_2 es positiva".
- Símbolo funcional:
 - f_1 es la función de aridad 1, que asigna a un venezolano su número de cédula de identidad.

Expresé en lenguaje natural (no una traducción literal de los símbolos) el significado de las siguientes fórmulas:

- $(\exists x_1 \mid R_1(x_1) : (\forall x_2 \mid R_1(x_2) \wedge x_1 \neq x_2 : R_3(x_1, x_2)))$

- $(\exists x_1 \mid (\forall x_2 \mid R_1(x_1) \wedge R_1(x_2) \wedge x_1 \neq x_2 \implies R_3(x_2, x_1)))$
- $(\forall x_1, x_2 \mid R_1(x_1) \wedge R_1(x_2) : R_4(f_1(x_1), f_1(x_2)) \equiv R_3(x_1, x_2))$
- $(\exists x_1 \mid R_2(x_1) : (\forall x_2 \mid R_1(x_2) : x_1 \neq f_1(x_2)))$
- $(\exists x_1 \mid R_2(x_1) : (\forall x_2 \mid R_2(x_2) : R_4(x_2, x_1) \implies \neg(\exists x_3 \mid R_1(x_3) : f_1(x_3) = x_2)) \wedge (\forall x_2 \mid R_2(x_2) : (\exists x_3 \mid R_1(x_3) : R_4(x_1, x_2) \implies f_1(x_3) = x_2)))$
- $(\forall x_1, x_2 \mid R_1(x_1) \wedge R_1(x_2) \wedge f_1(x_1) = f_1(x_2) \implies x_1 = x_2)$

3. Determine para cada ocurrencia de las variables en las siguientes expresiones, si las mismas son ligadas o libres.

- $(\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x, y \mid R(x, y) : \neg Q(x, y)) \vee (\forall x \mid P(x, y) : \neg Q(x, z)))$
- $(\exists x, y \mid R(x, y, z) \vee P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y, y) : \neg Q(x, y)) \wedge (\forall x, z \mid P(x, z) : \neg Q(x, z)))$
- $\neg(\exists x \mid R(x, z) : \neg(P(x, z) \vee Q(x))) \equiv (\forall x, z \mid R(x, z) \wedge P(x, z) : Q(x))$
- $(\forall x \mid R(x, z) : Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\forall x, z \mid R(x, z) \vee P(x) : Q(x))$
- $(\exists x, y \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\exists x \mid R(x, y) : Q(x)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x))$

4. Evalúe las siguientes sustituciones textuales.

- $(\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y) : \neg Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x)))[y := f(x, y, z)]$
- $(\exists x \mid R(x, y, z) \vee P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x) : \neg Q(x)) \wedge (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x)))[z := h(z)]$
- $(\exists x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x, y)) \Rightarrow (\exists x, y \mid R(x) : Q(x, y)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x, y))[y := f(z, z)]$