

### Práctica 6

1. Dadas las siguientes funciones:  $a : A \rightarrow B$ ,  $b : B \rightarrow C$ ,  $c : C \rightarrow A$ ,  $d : AC \rightarrow D$  y  $e : BB \rightarrow E$ , determine si cada una de las siguientes expresiones es correcta con respecto a los tipos. Justifique su respuesta. Recuerde que la notación  $f.x$  puede usarse en vez de  $f(x)$ . Suponga  $u : A$ ,  $w : B$ ,  $x : C$ ,  $y : D$ , y  $z : E$ .
  - a )  $e(a.u, w)$
  - b )  $b.x$
  - c )  $e(a(c.x), a.u)$
  - d )  $a(c(b(a.y)))$
  - e )  $d(c.x, c.x)$
  
2. Para cada ocurrencia de variable en las siguientes expresiones, determine si la misma es ligada o libre:
  - a )  $(\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x, y \mid R(x, y) : \neg Q(x, y)) \vee (\forall x \mid P(x, y) : \neg Q(x, z)))$
  - b )  $(\exists x, y \mid R(x, y, z) \vee P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y, y) : \neg Q(x, y)) \wedge (\forall x, z \mid P(x, z) : \neg Q(x, z)))$
  - c )  $\neg(\exists x \mid R(x, z) : \neg(P(x, z) \vee Q(x))) \equiv (\forall x, z \mid R(x, z) \wedge P(x, z) : Q(x))$
  - d )  $(\forall x \mid R(x, z) : Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\forall x, z \mid R(x, z) \vee P(x) : Q(x))$
  - e )  $(\exists x, y \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\exists x \mid R(x, y) : Q(x)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x))$
  - f )  $(\forall x \mid R(x, y, y)) \wedge (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y)) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z)$
  - g )  $(\exists x \mid Persona(x) : (\exists y \mid Persona(y) : EstaCasadoCon(x, y) \wedge EsHijoDe(z, x)))$
  
3. Evalúe la función  $ocurre('v', 'e')$  para las siguientes instancias de  $v$  y  $e$ :
  - a )  $ocurre('i', 'i')$
  - b )  $ocurre('i', 'j')$
  - c )  $ocurre('i', i, 'j')$
  - d )  $ocurre('i', i + j')$
  - e )  $ocurre('x', (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y)) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))'$
  - f )  $ocurre('y', (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y)) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))'$
  - g )  $ocurre('z', (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y)) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))'$
  - h )  $ocurre('x, y', (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y)) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))'$
  - h )  $ocurre('y, z', (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y)) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))'$
  - i )  $ocurre('x, z', (\exists x \mid R(x, z) : \neg(P(x, z) \vee Q(x)))'$
  - j )  $ocurre('y, z', (\exists x \mid R(x, z) : \neg(P(x, z) \vee Q(x)))'$

4. Expanda las siguientes sustituciones textuales. Cuando sea necesario, utilice una variable fresca antes de realizar la sustitución.

a)  $(\sum x \mid 0x + r < n : x + v)[v := 3]$

b)  $(\sum x \mid 0x + r < n : x + v)[x := 3]$

c)  $(\sum x \mid 0x + r < n : x + v)[n := n + x]$

d)  $(\sum x \mid 0 \leq x < r : (\sum y \mid 0 \leq y : x + y + n))[n := x + y]$

e)  $(\sum x \mid 0 \leq x < r : (\sum y \mid 0 \leq y : x + y + n))[r := y]$

f)  $((\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y) : \neg Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x))))[y := f(x, y, z)]$

g)  $((\exists x \mid R(x, y, z) \vee P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, z, z) : \neg Q(x)) \wedge (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x))))[z := h(z)]$

h)  $((\exists x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x, y)) \Rightarrow (\exists x, y \mid R(y, y) : Q(x, y)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x, y)))[y := f(z, z)]$