Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
CI–2511 Lógica Simbólica
Sept–Dic 2011

Práctica 8

1. Represente las siguientes oraciones mediante lógica de predicados. Indique el dominio y el lenguaje (constantes, símbolos funcionales y relacionales):

   a) Juan afeita a los que no se afeitan a sí mismos.

   b) Existe un estudiante que afeita a todos los que no se afeitan a sí mismos.

   c) Hay estudiantes que no afeitan a nadie, pero Juan se afeita a sí mismo.

   d) Todos los estudiantes afeitan a Juan sólo si Juan no se afeita a sí mismo.

   e) Los estudiantes no afeitan a Juan a menos que Juan sea estudiante.

   f) Cada año precede a algún otro año. Cualquier año que fuera final no podría ser seguido por ningún otro año. Una cosa sigue a una segunda cosa si y sólo si la segunda precede a la primera. En consecuencia, no hay un año que sea final.

   g) Todo jugador de ajedrez tiene algún maestro al que derrota. Botvinnik es maestro de Karpov y ambos juegan al ajedrez. En consecuencia, hay quien es derrotado por Karpov.

   h) Nadie confía en las personas que nunca pagan sus deudas. Todo el mundo cuenta con la confianza de sus familiares. Por lo tanto, cualquier persona que tenga familia paga algunas de sus deudas.

   i) Las proposiciones matemáticas son necesarias. Las proposiciones a posteriori no son necesarias. No hay proposiciones sintéticas a priori. Toda proposición es o sintética o analítica, y a priori o a posteriori. Así, las proposiciones matemáticas son analíticas a priori.

   j) Las proposiciones matemáticas son necesarias. Sólo las proposiciones a priori son necesarias. Las proposiciones matemáticas tienen contenido. Por lo tanto, las proposiciones matemáticas son sintéticas a priori.

2. A continuación se le presentan traducciones de algunos argumentos. Demuestre que estas expresiones son teoremas.

   - a) $(\forall x| : P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x| : R(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\forall x| : P(x) \vee R(x)) \Rightarrow (\forall x| : Q(x))$

   - b) $(\forall x|Cebra(x) : TieneRaya(x)) \wedge$ $(\forall x|Plantigrado(x) : Cebra(x)) \Rightarrow$ $(\forall z|Plantigrado(z) : TieneRaya(z))$

   - c) $\neg(\exists x|Fotografo(x) : Pintor(x)) \wedge$ $(\forall x|\neg Fotografo(x) : Escultor(x)) \Rightarrow$ $(\forall u|Pintor(u) : Escultor(u))$

- d) $(\forall x|Radioactivo(x) : VidaCorta(x) \vee Medicinal(x)) \wedge$
  $\neg(\exists x|Uranio(x) \wedge Radioactivo(x) : VidaCorta(x)) \Rightarrow$
  $((\forall x|Uranio(x) : Radioactivo(x)) \Rightarrow (\forall x|Uranio(x) : Medicinal(x)))$

- e)

$$\begin{array}{ll} \text{H0:} & (\forall x|P(x) \vee R(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1:} & \neg(\neg P('x') \wedge \neg R('x')) \\ \hline \therefore & (\exists x| : \neg Q(x)) \end{array}$$

- f)

$$\begin{array}{ll} \text{H0:} & (\forall x|P(x) : \neg Q(x)) \\ \hline \therefore & R('x') \wedge Q('x') \Rightarrow (\exists x| : R(x) \wedge \neg P(x)) \end{array}$$

- g)

$$\begin{array}{ll} \text{H0:} & (\forall x|P(x) : A(x)) \\ \text{H1:} & (\forall x| : (\forall y|G(y) : T(x,y) \Rightarrow \neg(\exists z|R(z) : T(x,z)))) \\ \text{H2:} & (\forall x|S(x) : \neg(\exists y|T(x,y) : A(y))) \\ \text{H3:} & (G('x') \vee P('x')) \wedge T('j','x') \\ \hline \therefore & S('j') \Rightarrow \neg(\exists z|R(z) : T('j',z)) \end{array}$$

3. Modele los siguientes argumentos y demuestre que la expresión obtenida es un teorema:

   a) Alberto es un hipopótamo que vive en el zoológico. Como todos los hipopótamos, él come grama y le gusta nadar.

   b) Juan es un estudiante de esta clase que tiene 16 años. Aquel que tenga 16 años puede obtener una licencia de conducir. Entonces, estudiantes de esta clase pueden obtener una licencia de conducir.

   c) Sólo un tonto alimentaría a un oso salvaje. Cristina alimenta a Nicolás, pero no es tonta. Por lo tanto, Nicolás no es un oso salvaje.

   d) Todo jugador de ajedrez tiene algún maestro al que derrota. Botvinnik es maestro de Karpov y ambos juegan al ajedrez. En consecuencia, hay quien es derrotado por Karpov.

   e) Cada año precede a algún otro año. Cualquier año que fuera final no podría ser seguido por ningún otro año. Una cosa sigue a una segunda cosa si y sólo si la segunda precede a la primera. En consecuencia, no hay un año que sea final.

4. Demuestre que los siguientes argumentos son válidos, use el Metateorema del testigo:

- a)

$$\begin{array}{ll} \text{H0:} & (\forall x|P(x) \vee R(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1:} & \neg(\neg P('x') \wedge \neg R('x')) \\ \hline \therefore & (\exists x| : \neg Q(x)) \end{array}$$

- b)

$$\begin{array}{ll} \text{H0:} & (\forall x|P(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1:} & (\exists x| : R(x) \wedge Q(x)) \\ \hline \therefore & (\exists x| : R(x) \wedge \neg P(x)) \end{array}$$

- c) $(\exists x|(\forall z| : S(z)) : \neg P(y,x)) \Rightarrow$
  $((\forall x|S(\hat{x}) : (\exists z|R(z) : P(y,x) \vee Q(z))) \Rightarrow \neg(\forall x| : P(y,x)) \wedge (\exists z| : Q(z)))$