



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Computación
y Tecnología de la Información
Estructuras Discretas III
CI-2523 Ene-Mar 2002

Desconfiad de los sistemáticos.—Los sistemáticos representan una comedia: necesitando rellenar su sistema y redondear el horizonte alrededor de él, les es preciso presentar sus cualidades del mismo modo que los fuertes; quieren aparentar que son naturalezas vigorosas de un modo completo y uniforme.

Aurora, Federico Nietzsche.

Tarea 7

1. Demuestre que si x_{p_1} es solución de la ecuación $a_0x_n + a_1x_{n-1} + \dots + a_kx_{n-k} = g_1(n)$ y x_{p_2} es solución de la ecuación $a_0x_n + a_1x_{n-1} + \dots + a_kx_{n-k} = g_2(n)$, entonces $x_p = x_{p_1} + x_{p_2}$ es solución de la ecuación $a_0x_n + a_1x_{n-1} + \dots + a_kx_{n-k} = g_1(n) + g_2(n)$.
2. (a) Use la fórmula de Taylor para hallar el término general de la sucesión cuya función generatriz tiene como fórmula cerrada $\sqrt{1-z}$. (b) Use el resultado anterior para hallar el término general de la sucesión cuya función generatriz tiene como fórmula cerrada $\sqrt{1+2z}$. (c) Repita las cuentas de la parte (a) usando la generalización de la fórmula del binomio.

3. Halle las funciones generatrices de las sucesiones $\{x_n\}$ y $\{y_n\}$ si se sabe que

$$\begin{aligned}x_0 &= 1, & x_1 &= 0; & y_0 &= 0, & y_1 &= 1; \\x_n &= 2y_{n-1} + x_{n-2} & y_n &= x_{n-1} + y_{n-2}, & n &\geq 2\end{aligned}$$

4. Resuelva la siguiente recurrencia usando el método de la función generatriz.

$$\begin{aligned}x_0 &= 1; \\x_n &= x_{n-1} + 2x_{n-2} + 4x_{n-3} + \dots + 2^{n-2}x_1 + 2^{n-1}x_0, \quad \text{si } n > 0\end{aligned}$$

5. Resuelva las siguientes recurrencias por el método de la función generatriz

$$\begin{aligned}\text{(a)} & x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2} \quad n \geq 2, \quad x_0 = 0, x_1 = 1; \\ \text{(b)} & x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2} + 2n \quad n \geq 2, \quad x_0 = 1, x_1 = 2; \\ \text{(c)} & x_n = x_{n-2} + (-1)^n \quad n \geq 2, \quad x_0 = 0, x_1 = 2; \\ \text{(d)} & x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2} + 2^n \quad n \geq 2, \quad x_0 = 0, x_1 = 2;\end{aligned}$$

6. Sobre una circunferencia se marcan $2n$ puntos. ¿De cuántas maneras diferentes pueden unirse, todos los $2n$ puntos, por n cuerdas que no se intersecten dentro de la circunferencia?
7. Demuestre que si $F(z)$ es la función generatriz de la sucesión a_0, a_1, a_2, \dots entonces $\frac{1}{1-z}F(z)$ es la función generatriz de la sucesión de sumas parciales $a_0, a_0 + a_1, a_0 + a_1 + a_2, \dots$