



Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Computación  
y Tecnología de la Información  
Estructuras Discretas III  
CI-2523 Ene-Mar 2002

*Lujo.*—La afición al lujo llega hasta lo más íntimo del hombre; revela que donde mejor nada el alma es en las olas de la abundancia y de lo superfluo.

Aurora, Federico Nietzsche.

### Tarea 9

---

1. Sabemos  $\Delta b^x = b^x(b^h - 1)$ . Demuestre que  $\Delta b^{x^{(2)}} = b^{x^{(2)}}(b^{2xh} - 1)$  y generalice este resultado. Pruebe su generalización.
2. Halle la diferencia de  $\binom{x}{m}$  con  $h = 1$  y úsela para determinar el valor de  $\sum_{k=1}^n \binom{k}{2}$ . Generalice el resultado obtenido
3. Use el Teorema de Sumación por Partes para hallar las siguientes sumas indefinidas. En cada caso use  $h = 1$ .

(a)  $\sum x^2 H_x$                       (b)  $\sum \binom{x}{m} H_x \quad m \in \mathbb{N};$   
(c)  $\sum (2x + 1)(3x - 1)^{(-2)}$       (d)  $\sum 2^x \cos \frac{\pi x}{2}$

4. Use la siguiente fórmula

$$\sum \beta^k P(k) = \frac{\beta^k}{\beta - 1} \left[ 1 - \frac{\beta \Delta}{\beta - 1} + \frac{\beta^2 \Delta^2}{(\beta - 1)^2} - \dots \right] P(k)$$

y el teorema fundamental del cálculo de sumas para evaluar las siguientes sumas

(a)  $\sum_{k=1}^n 3^k(k^2 - k)$               (b)  $\sum_{k=1}^n k^3 2^k$               (c)  $\sum_{k=1}^n k^{(2)} 2^k$

5. Exprese  $2x^3 - 3x + 4$  como potencias factoriales de  $x$ ,  $x - 2$  y de  $2x + 3$  y use una de tales expresiones para hallar la suma indefinida:  $\sum 2x^3 - 3x + 4$ .
6. Demuestre la Regla de Leibnitz:

$$\Delta^n [fg] = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (\Delta^k f)(\Delta^{n-k} E^k g)$$

7. Use la transformada de Abel para calcular el valor de las siguientes sumas

(a)  $\sum_{k=1}^n \frac{k+1}{3^k}$               (b)  $\sum_{k=1}^n (2k - 3)3^k$               (c)  $\sum_{k=1}^n k^{(3)} 2^k$

8. Halle el valor de la suma de los  $n$  primeros términos de las siguientes sumas

(a)  $\frac{2}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{4}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{6}{5 \cdot 7 \cdot 9} + \dots$               (b)  $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \dots$

9. Hallar el valor de las siguientes sumas impropias

(a)  $\frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6} + \dots$               (b)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \dots$               (c)  $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 6} + \frac{5}{6 \cdot 8} + \dots$